

Embedded Systems 2

DRAFT – Abschnitt 9

Prof. Dr. Volkhard Klinger

Axiome und Verallgemeinerungen

Huntingtons Axiome

- (BA1) Abgeschlossenheit
Für alle $A, B \in \mathcal{B}$: $A + B \in \mathcal{B}$ und $A \cdot B \in \mathcal{B}$
- (BA2) Existenz neutraler Elemente
Es gibe ein $0 \in \mathcal{B}$, so daß für alle $A \in \mathcal{B}$: $A + 0 = A$
Es gibe ein $1 \in \mathcal{B}$, so daß für alle $A \in \mathcal{B}$: $A \cdot 1 = A$
- (BA3) Kommutativität
Für alle $A, B \in \mathcal{B}$: $A + B = B + A$ und $A \cdot B = B \cdot A$
- (BA4) Distributivität
Für alle $A, B, C \in \mathcal{B}$:
 $A + (B \cdot C) = (A + B) \cdot (A + C)$ und $A \cdot (B + C) = (A \cdot B) + (A \cdot C)$
- (BA5) Komplement
Für jedes $A \in \mathcal{B}$: existiert ein $\bar{A} \in \mathcal{B}$ (Komplement von A), so daß
 $A + \bar{A} = 1$ und $A \cdot \bar{A} = 0$

Abgeleitete Sätze

- (S1) Gesetz der Idempotenz
Für alle $A \in \mathcal{B}$: $A + A = A$ und $A \cdot A = A$
- (S2) Besondere Eigenschaften von 0 und 1
Für alle $A \in \mathcal{B}$: $A + 1 = 1$ und $A \cdot 0 = 0$
- (S3) Gesetze der Absorption
Für alle $A, B \in \mathcal{B}$:
(I) $A + A \cdot B = A$ und $A \cdot (A + B) = A$
(II) $A + \bar{A} \cdot B = A + B$ und $A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$
- (S4) Eindeutigkeit des Komplements
Für alle $A \in \mathcal{B}$ ist das Komplement \bar{A} eindeutig bestimmt.
- (S5) Doppeltes Komplement
Für alle $A \in \mathcal{B}$: $\overline{(\bar{A})} = A$

Verallgemeinerungen

Shannonsches Gesetz

$$\overline{F(A, B, C, \dots, \bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots, +, \cdot)} = F(\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \dots, A, B, C, \dots, +, \cdot)$$

Expansionstheoreme

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = [x_1 \cdot F(1, x_2, \dots, x_n)] + [\bar{x}_1 \cdot F(0, x_2, \dots, x_n)]$$

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = [x_1 + F(0, x_2, \dots, x_n)] \cdot [\bar{x}_1 + F(1, x_2, \dots, x_n)]$$

Reduktionstheoreme

$$x_1 \cdot F(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 \cdot F(1, x_2, \dots, x_n)$$

$$x_1 + F(x_1, x_2, \dots, x_n) = x_1 + F(0, x_2, \dots, x_n)$$

Die 16 möglichen Funktionen von 2 Variablen

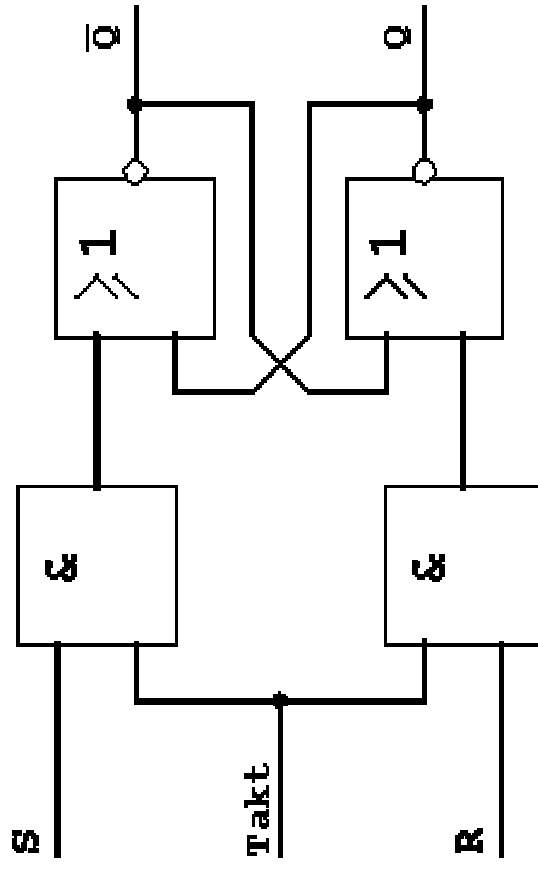
Funktion	A	0	0	1	1	Bezeichnung
	B	0	1	0	1	
$F_0 = 0$	F_0	0	0	0	0	Nullfunktion
$F_1 = \bar{A} \cdot \bar{B}$	F_1	1	0	0	0	NOR-Verknüpfung: $\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$
$F_2 = \bar{A} \cdot B$	F_2	0	1	0	0	Inhibition
$F_3 = \bar{A}$	F_3	1	1	0	0	Negation
$F_4 = A \cdot \bar{B}$	F_4	0	0	1	0	Inhibition
$F_5 = \bar{B}$	F_5	1	0	1	0	Negation
$F_6 = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$	F_6	0	1	1	0	Antivalenz, Exklusiv-Oder: $A \neq B = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B}$
$F_7 = \bar{A} + \bar{B}$	F_7	1	1	1	0	NAND-Verknüpfung: $\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$
$F_8 = A \cdot B$	F_8	0	0	0	1	Konjunktion
$F_9 = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$	F_9	1	0	0	1	Äquivalenz: $A \equiv B = \bar{A} \cdot \bar{B} + A \cdot B$
$F_{10} = B$	F_{10}	0	1	0	1	Identität
$F_{11} = \bar{A} + B$	F_{11}	1	1	0	1	Implikation: $A \rightarrow B = \bar{A} + B$
$F_{12} = A$	F_{12}	0	0	1	1	Identität
$F_{13} = A + \bar{B}$	F_{13}	1	0	1	1	Implikation: $B \rightarrow A = A + \bar{B}$
$F_{14} = A + B$	F_{14}	0	1	1	1	Disjunktion
$F_{15} = 1$	F_{15}	1	1	1	1	Einsfunktion

Wdh: Schaltnetz

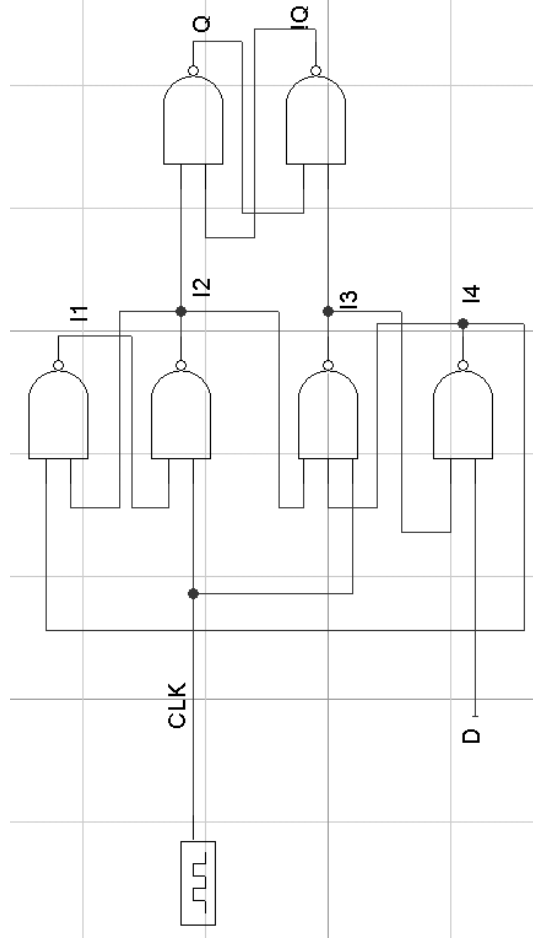
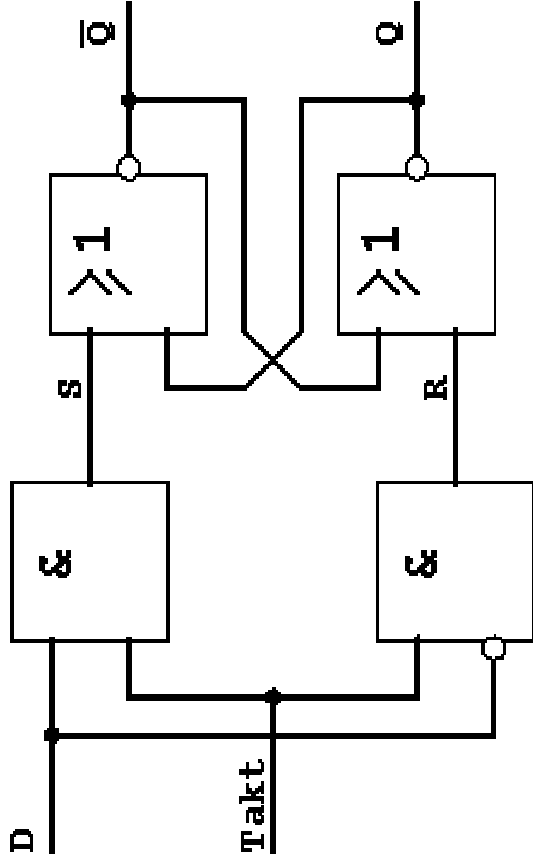
- Schaltnetz (combinational circuit, combinatorial circuit))
Eine Funktionseinheit zum Verarbeiten von Schaltvariablen, bei der die Werte aller Schaltvariablen am Ausgang (Ausgangsvariablen) zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 nach Verstreichen der Lauf- und Verzögerungszeit Δt nur abhängen von den Werten aller Schaltvariablen am Eingang (Eingangsvariablen) zum Zeitpunkt $t_0 - \Delta t$.
 - Anmerkung:
Ein Schaltnetz hat keine inneren Zustände. Es enthält keine Speicherglieder. Der Ausdruck Schaltkreis anstelle von Schaltnetz ist als mißverständlich zu vermeiden.
 - Schaltnetze
 - ♦ = digitale Schaltungen ohne Speicher
 - ♦ = kombinatorische Logik
 - ♦ = Vektoren boolescher Funktionen

- Schaltwerk (sequential circuit)
Eine Funktionseinheit zum Verarbeiten von Schaltvariablen, bei der die Werte aller Schaltvariablen am Ausgang (Ausgangsvariablen) zu einem bestimmten Zeitpunkt t_0 nach Verstreichen der Lauf- und Verzögerungszeit Δt abhängen von den Werten aller Schaltvariablen am Eingang (Eingangsvariablen) zum Zeitpunkt $t_0 - \Delta t$ und zu endlich vielen vorangegangenen Zeitpunkten sowie gegebenenfalls vom Anfangszustand.
 - Anmerkung:
Ein Schaltwerk hat eine endliche Anzahl von inneren Zuständen und ist, abstrakt gesehen, ein endlicher Automat. Falls keine besonderen Vorkehrungen getroffen werden, können Schaltwerke beim Einschalten einen unbestimmten Anfangszustand annehmen.
 - Schaltwerke (finite state machine, FSM)
 - ♦ = Schaltnetze + Speicher für Zustandsvariablen + Rückführung der Ausgangsvariablen auf den Eingang + Taktgeber

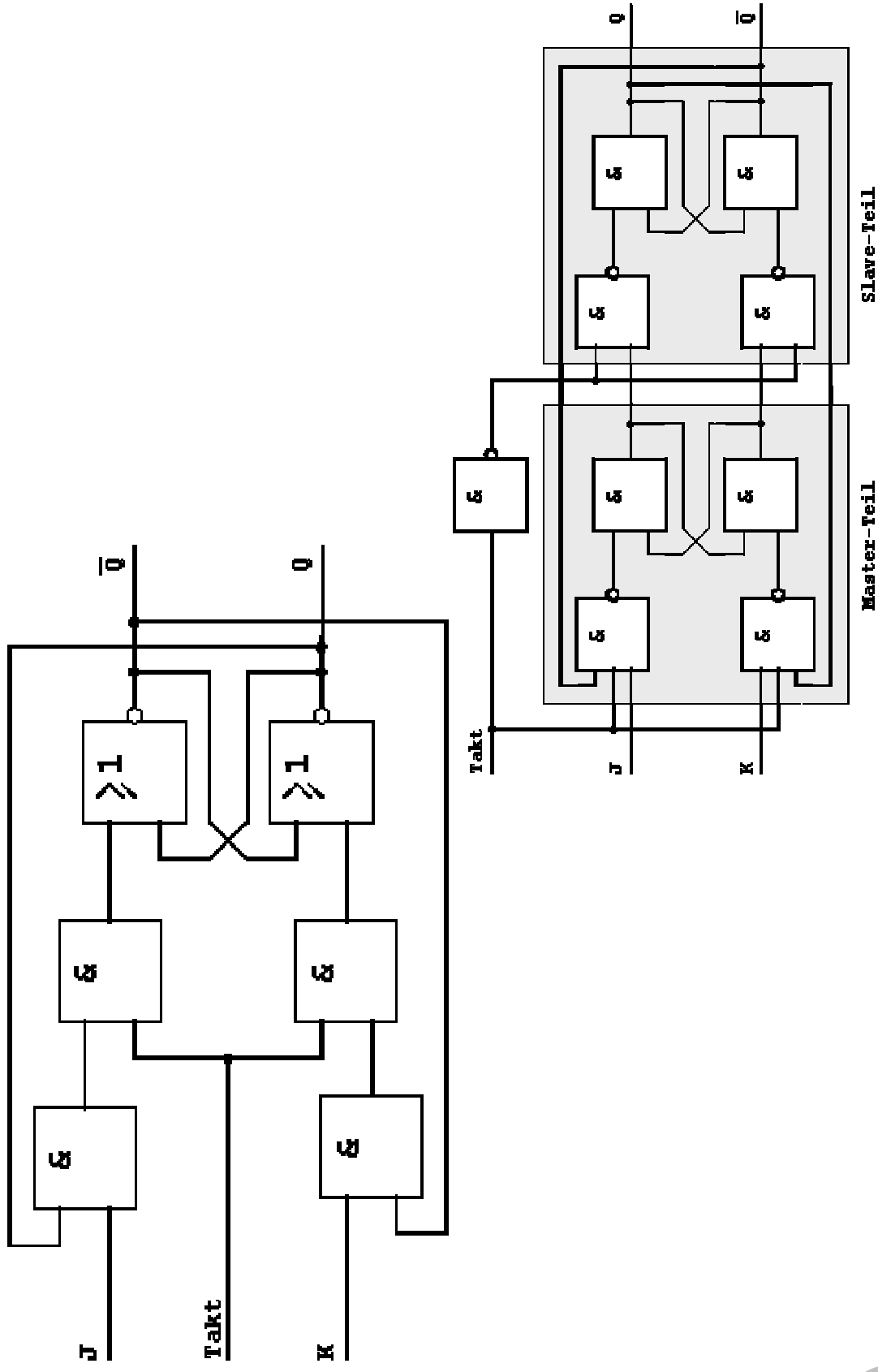
Wdh: FlipFlop-Typen: RS



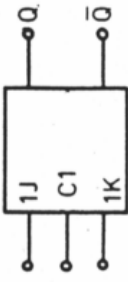

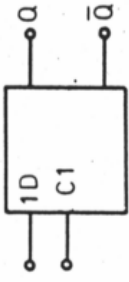
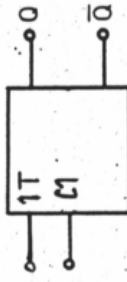
Wdh: FlipFlop-Typen: D



Wdh: FlipFlop-Typen: JK



Wdh: FlipFlop-Typen: Übersicht

Flipflop-typ	Schaltzeichen	Zustands-tabelle	charakteristische Gleichung
JK-FF		$\begin{array}{c c} J^n & K^n & Q^{n+1} \\ \hline 0 & 0 & Q^n \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \bar{Q}^n \end{array}$	$Q^{n+1} = \bar{K}^n Q^n \vee J^n \bar{Q}^n$
RS-FF		$\begin{array}{c c} S^n & R^n & Q^{n+1} \\ \hline 0 & 0 & Q^n \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & \# \end{array}$ <p>#verboten</p>	$Q^{n+1} = \bar{R}^n Q^n \vee S^n$ mit $RS=0$
D-FF		$\begin{array}{c c} D^n & Q^{n+1} \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{array}$	$Q^{n+1} = D^n$
T-FF		$\begin{array}{c c} T^n & Q^{n+1} \\ \hline 0 & Q^n \\ 1 & \bar{Q}^n \end{array}$	$Q^{n+1} = \bar{T}^n Q^n \vee T^n \bar{Q}^n$

Wdh: FlipFlop-Typen: Übersicht

		Flipflop-Art			
Takt	Steuerung	RS	JK	D	T (datenlos)
ungetaktet	Zustands- Steuerung				
ungetaktet	Flanken- Steuerung				
getaktet	Einzustands- Steuerung				
getaktet	Zweizustands- Steuerung				
getaktet	Einflanken- Steuerung				
getaktet	Zweiflanken- Steuerung				